

3 维碎片拼合的算法研究

朱延娟 周来水 张丽艳

(南京航空航天大学 CAD/CAM 工程研究中心, 南京 210016)

摘要 为实现艺术珍品保护或古器物修复中 3 维碎片的比对和拼接,提出了一种空间任意形状的 3 维碎片拼合算法。该算法首先对由实物测量数据建立的三角网格模型进行预处理,即去除模型中所存在的一些缺陷,以提取模型边界轮廓曲线;然后对碎片的边界轮廓离散点进行五次 B 样条插值,同时计算轮廓曲线上各个点的曲率、挠率和法矢,并据此分析 3 维碎片轮廓曲线的几何特性;接着根据轮廓曲线上各个点的总曲率来检测轮廓的特征点,并对轮廓进行分段;最后根据曲率、挠率的变化对不同轮廓上的特征段进行相似性度量,并运用法矢对相似性程度较高的轮廓段进行可匹配性验证,同时计算出可匹配轮廓段的坐标转换关系,以实现碎片的拼合。实例表明,该算法是高效、稳定的。

关键词 碎片拼合 轮廓匹配 五次 B 样条 曲率 挠率 法矢

中图分类号: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2007)01-0164-07

Algorithm for Three-Dimensional Fragments Reassembly

ZHU Yan-juan, ZHOU Lai-shui, ZHANG Li-yan

(Research Center of CAD/CAM Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract Fragments comparison and reassembly are necessary in art conservation or artifacts restoration. An approach to the problem of object reconstruction from broken fragments of arbitrary 3D objects is proposed in this paper. The triangle mesh model derived from the range data of fragment is preprocessed to remove some unwanted limitations, and then the fragment contour is extracted. The discrete points on the boundary curve are interpolated by quintic B-spline. With the spline curve, the curvature and torsion of every point are calculated and the geometric property is also analyzed. Feature points are detected based on the total curvature of every point, and the contour is segmented accordingly. The similarity between feature segments belonging to different contours is measured according to the variations of curvature and torsion, meanwhile the normal vector is utilized to verify the matchable probability of similar space curves. Thus, the Euclidean transformation of matching contours is computed to achieve the fragment reassembly. Experimental results demonstrate the approach is robust and efficient.

Keywords fragment reassembly, contour matching, quintic B-spline, curvature, torsion, normal vector

1 引言

所谓 3 维碎片的拼合就是将一些不规则的空间碎片拼接成初始的完整模型。通常,空间碎片可分为以下两类:一类是薄壁类的,如陶瓷碎片,该碎片的断裂面可由边界曲线或脊线近似地描述;另一类是大而厚的,如考古出土的纪念碑,其断裂面需要用封闭的轮廓曲线和相应的曲面片来进行描述。本

文是针对薄壁类碎片,研究其不同空间轮廓曲线之间的可匹配性。这也是计算机视觉领域的一个基本问题,其在医学图像配准、飞行器的失事分析、考古学和古生物学等领域有着广泛的应用。

鉴于空间曲线匹配技术的理论价值和实际意义,因而引发人们从不同角度对其展开研究。Besl 等提出了可以进行 3 维空间曲线匹配的最近点迭代(iterative closest point, ICP)方法^[1],但由于该方法要求一个空间曲线是另一空间曲线的子集,可是在碎片

基金项目:国家自然科学基金项目(60273097)

收稿日期:2005-05-31; 改回日期:2005-10-04

第一作者简介:朱延娟(1970~),女,2005 年获南京航空航天大学博士学位,现为同济大学航空航天与力学学院教师。主要研究方向为 CAD/CAM、逆向工程、计算机辅助几何设计。E-mail: annie_juan@163.com

拼合中,两个可匹配的空间曲线只能是交集,不为空集,而不是一个轮廓是另一个轮廓的子集,所以该方法难以直接用于碎片拼合中的轮廓曲线匹配。Kishon 等通过找出两空间曲线最长匹配段来实现曲线的匹配^[2],但是,由于 3 维空间的多碎片拼合是初始模型的重建过程,需要考虑不同匹配之间的全局一致性,因此局部的最长匹配段并不一定是全局最优匹配。Ucoluk 等根据不同轮廓之间曲率和挠率的差值来寻找可匹配的轮廓段^[3,4]。该方法是运用差分法来计算轮廓上各个点的曲率和挠率,由于差分法是以轮廓曲线上的点均匀分布为前提的,可是实际碎片轮廓曲线上的点是离散、随机分布的,因此该文所给出的实验结果也仅是针对理想的数据模型,而非实际测量数据。Weixin Kong 等提出以 3 个碎片为一单元组的空间轮廓曲线匹配方法^[5],但该文对这一方法的探讨仅限于理论阶段,尚没有给出该方法的具体应用实例。

本文提出一种 3 维空间碎片拼合的新算法,并首先给出了对空间离散点进行五次 B 样条插值的方法,并由此计算各个点的曲率、挠率和法矢;然后搜索不同轮廓曲线上曲率和挠率相似性程度较高的轮廓段,并根据法矢验证它们的可匹配性;最后通过计算可匹配轮廓段之间的平移和旋转关系来实现空间碎片的拼合。

2 轮廓曲线的表征

2.1 边界提取

碎片的数据采集可由 3 维扫描系统测量得到,而每个碎片定义为空间一系列的点集。在现有的许多 3 维测量设备中,测量所得的数据通常是以 STL (STereoLithographic) 文件格式输出^[6]。STL 文件是使用三角形面片来表示 3 维几何模型,这种三角形面片的定义包括三角形各顶点的 3 维坐标及三角形面片的法矢量,其中对于理想的 STL 文件,模型中的每一条边仅和一个或两个三角形面片相连。如果其中的某条边仅属于一个三角形面片,则称之为边界边;如果某条边属于两个三角形面片,则称该条边为内部边,而拓扑关系为顺序相连的边界边就构成几何模型的边界。设 E 为三角网格模型中的任意一条边, $N(E)$ 为其相邻三角形面片的数目,则有

$$N(E) = \begin{cases} 1 & \text{边界边} \\ > 1 & \text{非边界边} \end{cases} \quad (1)$$

但是,由于 3 维扫描系统在数据采集过程中会

难以避免地引入噪音,并会使得输出的 STL 文件出现三角形面片重叠或多于两个三角形面片共享一条边等方面的缺陷,所以,在进行边界提取之前要进行数据的预处理。对于相互之间有覆盖的三角形面片,给定一个精度 ϵ ,若空间两点之间的距离小于 ϵ 时,则认为这两个点是重合的(见图 1)。

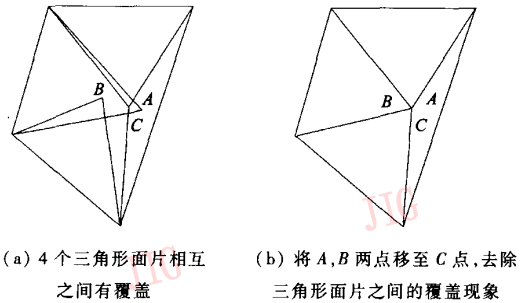


图 1 三角形面片重叠的处理

Fig. 1 Example for eliminating the overlapped triangles

当一条边为两个以上的三角形面片所共享时,则会出现非流形的情况(见图 2)。这时,可以在保持其他拓扑关系不变的情况下,删除一个三角形面片。

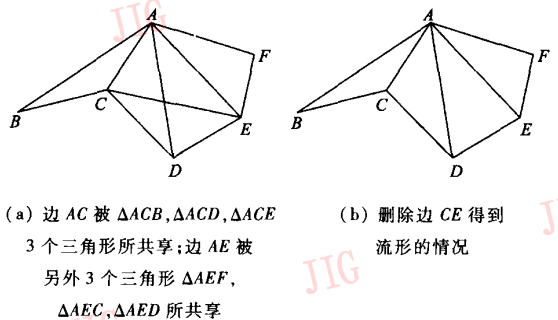


图 2 非流形情况的处理

Fig. 2 Example for eliminating the non-manifold boundary

同时,STL 文件中还会存在着一些悬挂的三角形面片(如图 3(a)所示)。图中,由于点 S 作为边界的点将会被多次存储,因此当以点 S 作为起点进行边界提取时,将会得到多条边界轮廓。这一问题可通过标记边界上的点被存储的次数来解决,若一个点在较小的间距内被标记了两次,则说明有环存在,这时就从栈中弹出间距范围内的相关三角形面片(图 3(b)),以去除环。

另外,由边界边所构成的空间曲线可能并不是 3 维碎片的边界,而是物体测量过程中所产生的孔

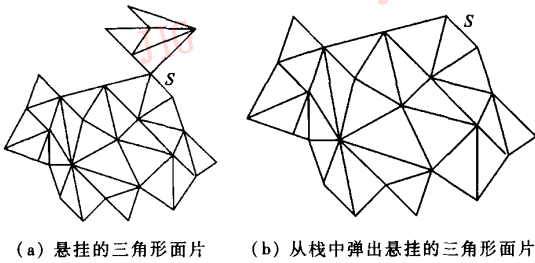


图 3 STL 文件中悬挂三角形面片的处理方法
Fig. 3 Example for eliminating the appended triangles

洞,这可以通过计算空间曲线的周长来进行判别。如果周长小于预先设定的门槛值,则该空间曲线被认为是孔洞,可采用文献[7]的方法进行填充;否则,该空间曲线即为物体的边界线。

需要指出的是,不是所有的边界轮廓线都是碎片的断裂线,因为有的边界线为碎片物体的原始轮廓。对这一问题的具体分析可用曲率和挠率的变化程度来衡量,其中变化相对平缓的是物体的自身边界,而变化显著的则为物体断裂时所产生的曲线。

2.2 曲率、挠率和法矢的计算

曲率和挠率^[8]是描述空间轮廓曲线的两个最主要的量,曲率用于度量曲线切矢的转角对弧长的变化率,挠率用于度量密切平面的转角对弧长的变化率。法矢为空间曲线上一点处的主法线方向,其能够刻划空间曲线的方向变化。

若给定一封闭的空间曲线

$$r = r(t) = (x(t), y(t), z(t)) \quad (2)$$

t 是任意一个参数,则对可微曲线,其某一点的曲率和法矢可由该点的一阶和二阶导数求出,而挠率的计算则需要进行三阶求导。

$$\begin{bmatrix} N_{1,5}(u_5) & N_{2,5}(u_5) & N_{3,5}(u_5) & N_{4,5}(u_5) & 0 & \dots & \dots & 0 & N_{0,5}(u_5) \\ N_{1,5}(u_6) & N_{2,5}(u_6) & N_{3,5}(u_6) & N_{4,5}(u_6) & N_{5,5}(u_6) & \ddots & & & 0 \\ 0 & N_{2,5}(u_7) & N_{3,5}(u_7) & N_{4,5}(u_7) & N_{5,5}(u_7) & N_{6,5}(u_7) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & 0 & & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & \ddots & & 0 \\ 0 & \vdots & & & & & \ddots & & N_{n,5}(u_{n+1}) \\ N_{n+1,5}(u_{n+2}) & 0 & & & & & \ddots & & N_{n,5}(u_{n+2}) \\ N_{n+1,5}(u_{n+3}) & N_{n+2,5}(u_{n+3}) & 0 & & & & \ddots & & N_{n,5}(u_{n+3}) \\ N_{n+1,5}(u_{n+4}) & N_{n+2,5}(u_{n+4}) & N_{n+3,5}(u_{n+4}) & 0 & \dots & \dots & 0 & N_{n-1,5}(u_{n+4}) & N_{n,5}(u_{n+4}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ p_{n-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

在求解出五次 B 样条插值曲线的控制顶点后,即得

$$k = \frac{|r' \times r''|}{|r'''|^3} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{((x')^2 + (y')^2 + (z')^2)^{3/2}} \quad (3)$$

$$n = \frac{(r' \times r'') \times r'}{|(r' \times r'') \times r'|} \quad (4)$$

$$\tau = \frac{(r', r'', r''')}{(r' \times r'')^2} = \frac{\begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix}}{A^2 + B^2 + C^2} \quad (5)$$

k, τ 分别为曲率和挠率, n 为法矢,且

$$A = \begin{vmatrix} y' & z' \\ y'' & z'' \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} z' & x' \\ z'' & x'' \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{vmatrix}$$

但是,由于 3 维碎片的轮廓曲线是由空间一系列的离散点所组成,因此其曲率、挠率和法矢无法直接运用式(3)、式(4)和式(5)进行计算。本文对这些空间离散的点进行了五次 B 样条插值,并根据插值所得的样条曲线计算其曲率、挠率和法矢。

设碎片的轮廓曲线由空间 $n + 1$ 个数据点 $p_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 所组成,则在构造五次 B 样条插值曲线时,需把首末数据点分别作为样条曲线的首末端点,而把内数据点依次作为样条曲线的分段连接点,并首先对数据点进行弦长参数化,以确定与数据点 p_i 相对应的节点 u_{i+1} 和基函数 $N_{i,5}(u)$,然后通过解下述的方程组来反算 B 样条插值曲线的控制顶点。

$$p(u_{i+5}) = \sum_{j=i}^{i+5} d_j N_{j,5}(u_{i+5}) = p_i \quad (6)$$

$$u \in [u_{i+5}, u_{i+6}] \subset [u_5, u_{n+5}] \quad i = 0, 1, \dots, n$$

因为本文构造的是周期闭曲线,所以 $p_0 = p_n$,且

$$d_n = d_0, d_{n+1} = d_1, d_{n+2} = d_2, d_{n+3} = d_3, d_{n+4} = d_4$$

这样,就可以从 n 个数据点通过解上述 n 个方程构成的线性方程组来求出未知控制顶点。相应地,上述方程组可改写成如下的矩阵形式

到以下相应的表达式^[9]:

$$p(u) = \sum_{i=0}^n d_i N_{i,5}(u) \quad (8)$$

B 样条曲线的求导就是对 B 样条基函数进行求导,五次 B 样条基函数的一阶导数为^[10]

$$\frac{d}{du} N_{i,5}(u) = 5 \cdot \left[\frac{N_{i,4}(u)}{u_{i+5} - u_i} - \frac{N_{i+1,4}(u)}{u_{i+6} - u_{i+1}} \right] \quad (9)$$

在上式基础上可进一步计算 B 样条的二阶和三阶导数,然后运用式(3),式(4)和式(5)即可计算曲线上选定点的曲率、挠率和法矢。

2.3 特征点检测和轮廓分段

通常情况下,由于碎片的产生过程是随机、无规律可循的,而且匹配前,无法知道可匹配的两个碎片轮廓的匹配起点和终点,因而在对不同碎片的轮廓进行相互比对时,只能进行逐点比较。本文提出先根据空间轮廓的特征点来对轮廓进行分段,然后将整个碎片轮廓之间的比较转化为特征段的比较,以减小轮廓匹配时的搜索空间。

因为总曲率 g 既记录了曲线的曲率变化,又记录了曲线的挠率变化,而且总曲率的值决定了每一瞬时标架旋转的角速度,所以本文根据总曲率的大小对轮廓进行特征检测,并以总曲率的局部极值点作为轮廓的特征点,这些点也称之为轮廓的分割点,且在那些点处的 Frenet 标架旋转角速度最大。令

$$\frac{dg}{ds} = 0 \quad (10)$$

即可得出轮廓的局部极值点。为保证一个轮廓曲线上的特征点数目不致过多过密,需将满足下述两个条件之一的局部极值点选作特征点:

- ①总曲率值大于设定的阈值;
- ②总曲率值比其相邻两点总曲率最小值的 2 倍还要大。

获取了轮廓上的特征点以后,再按照特征点对轮廓进行分段,这样两相邻特征点之间的一段曲线即为轮廓的一个特征段。这样,一条空间轮廓曲线就由若干条特征段所构成,而不同轮廓曲线的相似性就可通过特征段之间的相似性来进行度量。

3 轮廓匹配算法

3.1 特征段的相似性度量

设有两个碎片 F_1 和 F_2 ,其轮廓曲线 P, Q 由一系列空间离散点所组成,即 $P = \{p_0^{(1)}, p_1^{(1)}, \dots,$

$p_n^{(1)}\}, Q = \{q_0^{(2)}, q_1^{(2)}, \dots, q_m^{(2)}\}$ 。对轮廓上的任意一点,其曲率和挠率就组成该点的一个 2 维特征矢量 $[k_i, \tau_i]$,这一系列的 2 维特征矢量就构成了轮廓形状描述符。如果对不同轮廓上的特征段进行穷尽搜索,那么就可由其相应的形状描述符来构造一个相似矩阵 A ,矩阵中的元素 $a_{i,j}$ 即为两个对应点的曲率和挠率的 2-范数,即

$$a_{i,j} = [(k_i^{(1)} - k_j^{(2)})^2 + (\tau_i^{(1)} - \tau_j^{(2)})^2]^{1/2} \quad (11)$$

若该值小于预先设定的容差 δ ,则认为两个轮廓在这一点是相似的,即这些顺序相连的相似点对应着轮廓上的相似部分;反之,若大于 δ ,则说明两个轮廓曲线在该点的弯曲和扭绕程度有着显著的不同,即轮廓曲线在这一部分是不相似的。

然而,并不是曲率和挠率值相近的两点都是两轮廓上实际的匹配点对,由于一般碎片轮廓中都存在着曲率、挠率值相近,而非实际的匹配点对的情况,因此,如果直接对轮廓上曲率和挠率相似的部分进行坐标转换,以匹配两段轮廓,则将会出现许多误匹配的情况。为验证是否匹配,本文提出运用法矢来对轮廓相似部分的可匹配性进行进一步的验证。

3.2 特征段的可匹配性度量与拼合

对可以匹配的轮廓曲线而言,由于其相应的碎片在物体原型中是邻接的,因而在匹配部分不仅有着相似的曲率和挠率,而且匹配段上各点的法矢方向在这一部分也是一致的。据此,即可对上一节中检测出的相似轮廓做进一步的分析。

选择两个轮廓曲线上相似部分的任一对对应点 $(p_i^{(1)}, q_j^{(2)})$,然后分析两点的法矢方向 $n_i^{(1)}$ 和 $n_j^{(2)}$,以计算将 $n_i^{(1)}$ 映射到 $n_j^{(2)}$ 的旋转变换矩阵 R 。对两个空间向量而言,由于任何与这两个向量夹角相等的空间向量 u 都可以作为旋转的转轴,因此可首先把平行于 $n_i^{(1)} + n_j^{(2)}$ 的向量 u_0 作为初始的转轴,然后将 u_0 绕着平行于 $n_i^{(1)} - n_j^{(2)}$ 的转轴 L 旋转,就可以得出其他所有的转轴 u_γ (如图 4 所示)。因此,

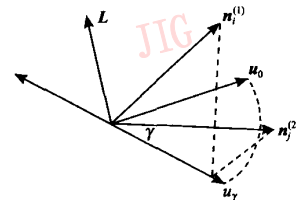


图 4 空间矢量旋转时转轴的设定

Fig. 4 Choosing an axis for the rotating space vectors

所有将 $n_i^{(1)}$ 映射到 $n_j^{(2)}$ 的转轴都可表示为

$$u_\gamma = R_\gamma^L(u_0) \quad (0 \leq \gamma \leq 2\pi) \quad (12)$$

R_γ^L 为绕转轴 L 的旋转变换矩阵,对于每一个 u_γ , 存在着一个转角 β , 使得

$$n_j^{(2)} = R_\beta^{u_\gamma}(n_i^{(1)}) \quad (13)$$

转角 β 的具体取值与转轴 u_γ 以及法矢 $n_i^{(1)}$ 、 $n_j^{(2)}$ 的相互位置有关。具体地,可分以下 3 种情况加以讨论:

(1) 若转轴 u_γ 和 $n_i^{(1)}$ 、 $n_j^{(2)}$ 的夹角是任意的, 则将 $n_i^{(1)}$ 绕转轴 u_γ 旋转 θ 角 ($\beta = \theta$) 和 $n_j^{(2)}$ 相重合 (见图 5(a))。

(2) 若转轴 u_γ 垂直于 $n_i^{(1)}$ 和 $n_j^{(2)}$ 所在的平面,

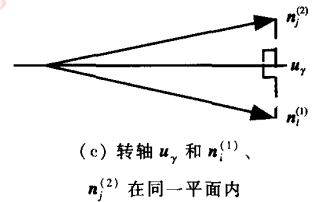
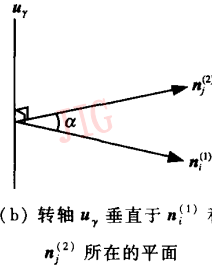
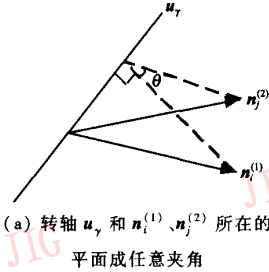


图 5 空间两个矢量的旋转

Fig. 5 The rotating space vectors

经过上述的平移和旋转变换后, 就可以使得点 $p_i^{(1)}$ 和 $q_j^{(2)}$ 物理位置叠合, 法矢方向一致。具体实现时, 可通过离散化获得 γ 的值。

$$\gamma = -\frac{\pi}{2} + \frac{i}{m}\pi \quad i = 0, \dots, m-1 \quad (15)$$

这里 m 是控制旋转轴数目的参数。

每一个旋转变换矩阵 $R_\beta^{u_\gamma}$ 和相应的平移向量 T_β 就构成一个 3 维变换。在将这些 3 维变换作用到两轮廓相似部分的其他点对时, 如果其中存在着某一个 3 维变换, 能够使得其他对应点在误差允许范围内的物理位置相近, 且法矢方向相同, 说明轮廓在这一部分是可匹配的, 则 $R_\beta^{u_\gamma}$ 和 T_β 即为所求, 此时两个碎片的轮廓曲线可以在这一变换下进行拼合; 反之, 如果不存在这样的 3 维变换, 则说明两段轮廓只是弯曲和扭绕程度的相似, 而不是物体原型中相互邻接的碎片轮廓, 因而是不可匹配的。

对拼合后的碎片予以轮廓更新, 先求出两个轮廓特征段的并集, 再去掉已经匹配好的特征段; 然后将更新后的碎片轮廓与下一个轮廓进行再匹配, 直至物体重建过程完成。本文所提出的用特征段来表征轮廓的方法, 不仅充分利用了轮廓的几何特征信

息, 同时还易于轮廓的更新。

则这时将 $n_i^{(1)}$ 绕 u_γ 轴旋转角度 α ($\beta = \alpha$), 就可以使得向量 $n_i^{(1)}$ 和 $n_j^{(2)}$ 相重合 (见图 5(b))。

(3) 若转轴 u_γ 和 $n_i^{(1)}$ 、 $n_j^{(2)}$ 在同一平面上, 即此时 u_γ 为 $n_i^{(1)}$ 、 $n_j^{(2)}$ 两者夹角的角平分线, 这时则需要将 $n_i^{(1)}$ 绕 u_γ 旋转 180° ($\beta = 180^\circ$) 才能和 $n_j^{(2)}$ 相重合 (见图 5(c))。

因为预先无法知道空间两个法矢 $n_i^{(1)}$ 和 $n_j^{(2)}$ 的实际转轴, 所以需要计算所有将 $n_i^{(1)}$ 映射到 $n_j^{(2)}$ 的旋转变换 $R_\beta^{u_\gamma}$ 。对每一个旋转变换, 其相应的平移向量 T_β 的计算式为

$$T_\beta = q_j^{(2)} - R_\beta^{u_\gamma}(p_i^{(1)}) \quad (14)$$

4 应用实例

下面通过对一个佛像碎片进行拼合的实例来说明本文所提出的算法的具体运用。图 6(a)、图 6(b) 和图 6(c) 为佛像 3 个碎片的光照模型, 图 7 为从碎片的三角网格模型中所提取的边界轮廓曲线, 对每一条空间离散点轮廓曲线, 可运用五次 B 样条插值的方法计算轮廓上各个点的曲率、挠率和法矢。图 8、图 9 和图 10 分别为碎片 1、碎片 2 和碎片 3 的 3 个轮廓曲线上离散点的曲率和挠率图。

将碎片 1 和碎片 2 的轮廓进行匹配, 先得到图 11(a) 的拼合结果, 然后对拼合后的轮廓予以更新, 并将其和碎片 3 的轮廓进行匹配, 即得到佛像碎片拼合复原的结果。

本文所提出的拼合算法是与顺序无关的, 即任何两个可匹配的轮廓段在任意的顺序下均可进行匹配。图 12(a) 为碎片 1 和碎片 3 的轮廓进行匹配的结果, 然后对拼合后的轮廓进行更新, 再和碎片 2 进行匹配, 即得到图 12(b) 的拼合结果。

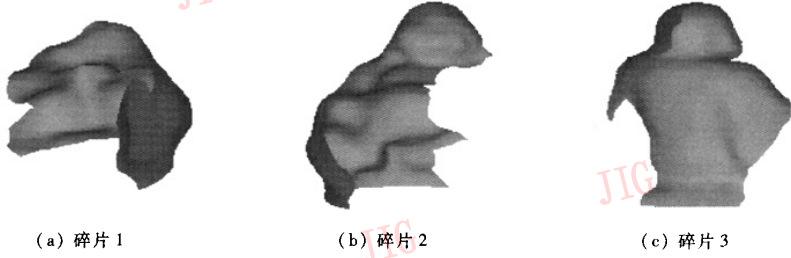


图 6 3 块佛像碎片
Fig.6 Three buda fragments



图 7 从佛像碎片的三角网格模型中提取的 3 维轮廓曲线
Fig.7 3D contours extracted from the triangle models of buda fragments

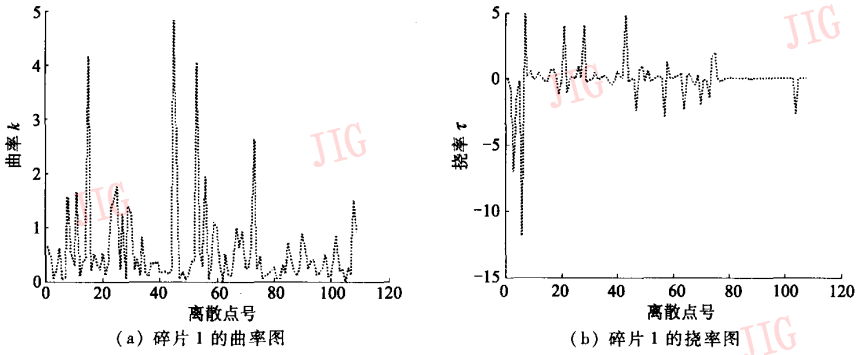


图 8 碎片 1 的曲率和挠率图
Fig.8 Curvature and torsion graphs of Fragment 1

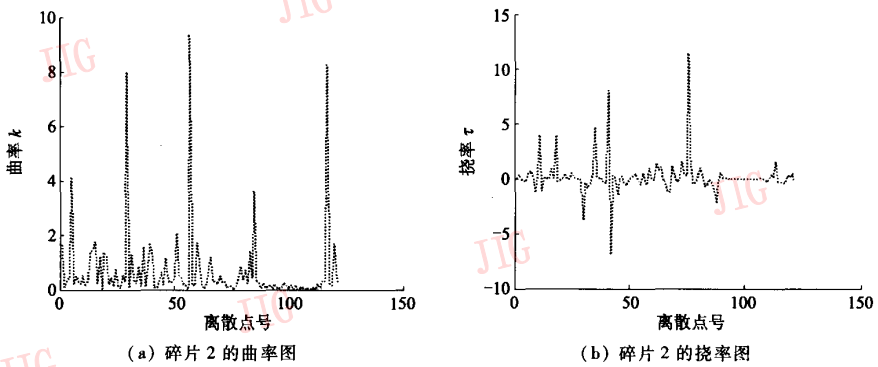


图 9 碎片 2 的曲率和挠率图
Fig.9 Curvature and torsion graphs of Fragment 2

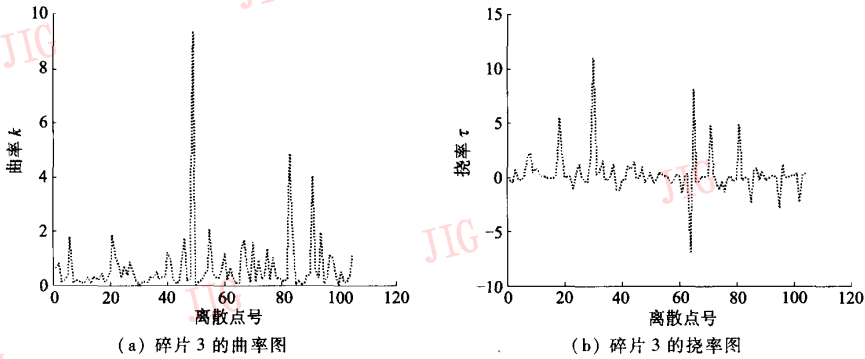


图 10 碎片 3 的曲率和挠率图

Fig. 10 Curvature and torsion graphs of Fragments

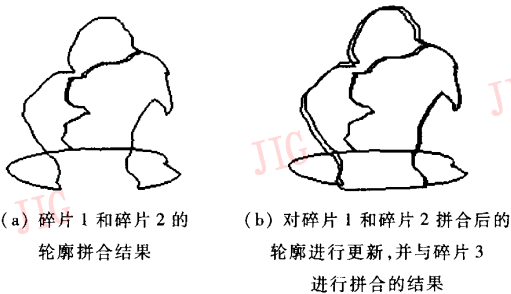


图 11 佛像碎片的拼合结果

Fig. 11 Buda reconstruction from its fragments

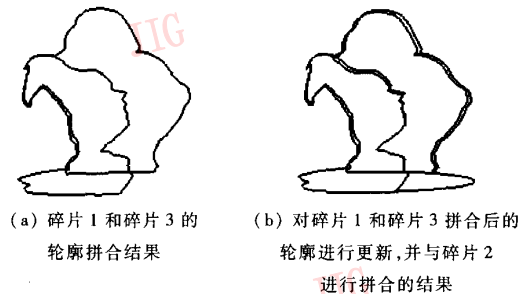


图 12 本文的拼合算法顺序无关性验证

Fig. 12 The verification of the proposed algorithm which is irrespective to its sequence

5 结 论

本文针对 3 维碎片的拼合,提出了一种快速、有效的拼合算法。实验结果表明,该方法不仅能够对任意形状碎片的三角网格模型进行边界轮廓曲线的提取,还能通过计算轮廓上各个点的曲率、挠率和法向来检测轮廓的特征点,并对轮廓进行分段;在此基础上,再通过度量轮廓的相似性,对轮廓的相似部分进行可匹配性验证来完成碎片的拼合。

对这一方法进行进一步地推广,还可以用于自由曲线曲面的几何特征提取及物体识别等多个领域。

参考文献 (References)

- 1 Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239 ~ 256.
- 2 Kishon E, Hastie T, Wolfson H. 3D Curve matching using splines [J]. Journal of Robotic Systems, 1991, 8(6): 723 ~ 743.
- 3 Gueziec A, Ayache N. Smoothing and matching of 3D spatial curves [J]. International Journal of Computer Vision, 1994, 12(1):

79 ~ 104.

- 4 Ucoluk G, Toroslu I H. Reconstruction of 3-D Surface Object from its Pieces [A]. In: Proceeding of the 9th Canadian Conference on Computational Geometry [C], Kingston, Canada, 1997.
- 5 Ucoluk G, Toroslu I H. Reconstruction of broken surface objects[J]. Computers & Graphics, 1999, 23(4): 573 ~ 582.
- 6 Weixin Kong, Kimia B B. On Solving 2D and 3D Puzzles using Curve Matching [A]. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition [C], Hawaii, USA, 2001.
- 7 Gom company. Optical Measuring Techniques [M]. Training Tutorial, Germany: Gom Company, 2003: 46 ~ 76.
- 8 Zhang Li-yan, Pan Xiao-lin, An Lu-ling. A smooth hole filling algorithm for triangle mesh surfaces [J]. Journal of Engineering Graphics, 2002, 22(4): 113 ~ 119. [张丽艳,潘小林,安鲁陵. 网格曲面中孔洞的光滑填充算法研究 [J]. 工程图学报, 2002, 22(4): 113 ~ 119.]
- 9 Mei Xiang-ming, Huang Jin-zhi. Differential Geometry (2nd Edition) [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001. [梅向明,黄敬之. 微分几何(第二版)[M]. 北京:高等教育出版社,2001.]
- 10 Shi Fa-zhong. Computer Aided Geometric Design & NURBS [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1994. [施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1994.]